

## ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH

## ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

## SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

## RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont autorisées.

Le sujet est composé de quatre parties, toutes indépendantes.

Le sujet est composé de 16 pages.

Le Document Réponse, à rendre avec la copie, est composé de 4 pages, de DR1 à DR5 et d'un document D6.

Le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité avec la copie.

Partie II - Étude de la chaîne d'information (*Informatique Pour Tous*)

**Objectif** : mettre en place le traitement des informations reçues de l'axe dynamométrique afin de les rendre utilisables par la carte de commande.

L'effort de l'utilisateur sur l'Exolift  $F_{ex}$ , permettant d'imposer la commande de vitesse de l'Exolift, est mesuré à l'aide d'un axe dynamométrique. Cette action mécanique déforme l'axe dynamométrique. Cette déformation est mesurée à l'aide de deux jauges d'extensométrie (jauges de déformation) collées sur un arbre. Le signal délivré par l'axe dynamométrique est une tension liée à l'effort recherché.

Dans cette partie, l'étalonnage du capteur, puis le filtrage de sa sortie seront analysés et, ensuite, les différentes données enregistrées lors d'un étalonnage seront exploitées.

## II.1 - Étalonnage de l'axe dynamométrique

**Objectif** : déterminer le modèle de comportement du capteur afin de déterminer la relation entre la tension sortie du capteur et l'effort  $F_{ex}$  recherché (exigence 1.3.3.1.1).

Un étalonnage, réalisé sur le site de production, permet d'obtenir la relation entre l'effort  $F_{ex}$  et le signal de sortie du capteur. La **figure 8** présente les résultats d'un étalonnage réalisé sur l'axe dynamométrique de l'Exolift. Ce graphique montre que la relation entre la tension de sortie du capteur et l'effort mesuré peut être approximée par une loi affine, qui sera considérée valide sur toute la plage d'utilisation de l'axe dynamométrique. Il est donc proposé ici de programmer une régression linéaire.

Pour réaliser la régression linéaire, la méthode des moindres carrés sera utilisée. Elle consiste à modéliser au mieux les points expérimentaux par une droite (**figure 9**).

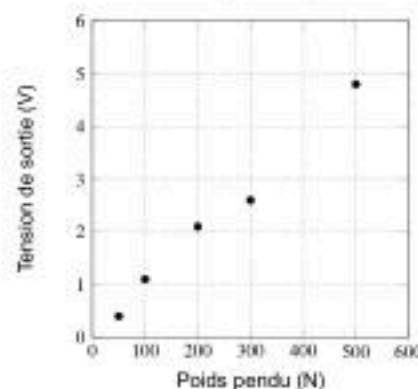


Figure 8 - Résultat d'un étalonnage

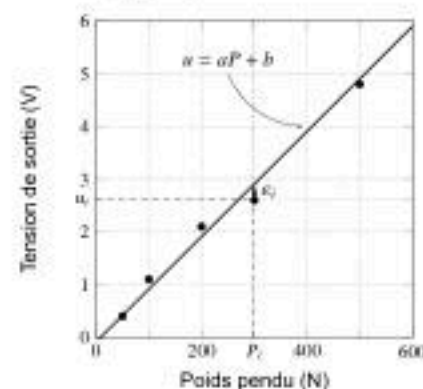


Figure 9 - Droite obtenue par la méthode des moindres carrés

L'équation de la droite sera notée  $u = aP + b$ . Pour chaque mesure, le poids pendu sera noté  $P_i$ , la tension mesurée  $u_i$  et l'écart entre la tension mesurée et la tension modélisée sera noté  $x_i$  (**figure 9**).

Soit  $N$  le nombre de mesures réalisées pendant l'étalonnage ( $N = 5$  sur la **figure 9**), la méthode des moindres carrés consiste à trouver les valeurs de  $a$  et  $b$  qui minimisent le réel :

$$S = \sum_{i=0}^{i=N-1} x_i^2$$

Q6. Donner l'expression de  $a_i$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $P_i$  et de  $u_i$ .

La résolution de cette minimisation permet de trouver les expressions de  $a$  et  $b$  :

$$a = \frac{NS_{Pu} - S_P S_u}{NS_{PP} - S_P^2} \quad b = \frac{S_P S_{Pu} - S_u S_{PP}}{S_P^2 - NS_{PP}}$$

avec :

$$S_P = \sum_{i=0}^{i=N-1} P_i \quad S_u = \sum_{i=0}^{i=N-1} u_i \quad S_{PP} = \sum_{i=0}^{i=N-1} P_i^2 \quad S_{Pu} = \sum_{i=0}^{i=N-1} P_i u_i$$

#### Notations et hypothèses

- Les bibliothèques `numpy` et `matplotlib.pyplot` ont été importées :  
`import numpy as np` et `import matplotlib.pyplot as plt`.
- Les poids  $P_i$  sont stockés dans un tableau `numpy` de longueur  $N$ , noté `P` :  
`P=np.array([P0,P1,...])`.
- Les tensions  $u_i$  sont stockées dans un tableau `numpy` de longueur  $N$ , noté `u` :  
`u=np.array([u0,u1,...])`.
- La longueur  $N$  n'est pas affectée.

#### Fonctions de la bibliothèque `numpy`

- La fonction `np.dot(X,Y)` donne le produit matriciel; lorsque  $X$  et  $Y$  sont deux tableaux de longueur  $N$ , `np.dot(X,Y)` a la même valeur que le produit scalaire entre  $X$  et  $Y$ .
- La fonction `np.sum(X)` donne la somme des éléments du tableau  $X$ .
- La fonction `np.ones(N)` donne un tableau `numpy` de longueur  $N$  où tous les éléments ont pour valeur 1.

Q7. Proposer deux instructions permettant d'affecter les variables `SPP` puis `SPu` représentant  $S_{PP}$  et  $S_{Pu}$  en utilisant les tableaux `P` et `u`, les fonctions de `numpy` et sans faire de boucle.

Q8. Proposer deux instructions permettant d'affecter les variables `SP` puis `Su` représentant  $S_P$  et  $S_u$  en utilisant les tableaux `P` et `u`, les fonctions de `numpy` et sans faire de boucle.

Q9. Proposer des instructions permettant d'affecter les variables `a` puis `b` représentant  $a$  et  $b$  en utilisant les tableaux `P` et `u` et les variables précédemment définies.

Q10. En considérant les variables `a` et `b` affectées, proposer des instructions permettant de tracer uniquement les points et la droite de la figure 9. Dans la fonction `plot`, l'argument supplémentaire '`o`' permet de ne pas relier les points par une droite.

## II.2 - Filtrage de la tension de sortie du capteur

**Objectif :** analyser deux types de filtre (exigence 1.3.3.1.2).

Comme le montre la figure 10, la tension de sortie du capteur est bruitée. Afin d'améliorer le comportement de l'Exolift, un filtrage de la sortie du capteur est nécessaire. Deux méthodes de filtrage vont être programmées : la moyenne glissante et le filtre passe-bas.

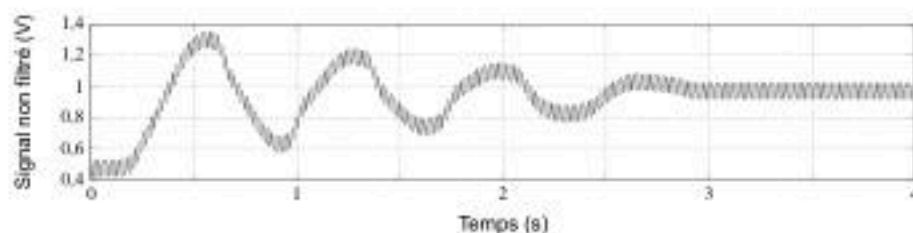


Figure 10 - Signal brut du capteur

#### Notations et hypothèses

Les notations et hypothèses de la partie II.1 sont complétées par :

- les tensions filtrées  $u_i^f$  sont stockées dans un tableau `numpy` de longueur  $N$ , noté `uf` :  
`uf=np.array([uf0,uf1,...])`;
- les instants  $t_i$  sont stockés dans un tableau `numpy` de longueur  $N$ , noté `temps` :  
`temps=np.array([t0,t1,...])`.

#### II.2.1 - Filtrage par moyenne glissante

Cette méthode consiste à prendre la moyenne des mesures précédentes.  $n$  est le nombre de mesures utilisées pour calculer la moyenne. Il est appelé ordre de la moyenne glissante. La moyenne glissante s'obtient alors par :

$$\text{si } i < n - 1, u_i^f = \sum_{k=0}^{i+1} \frac{u_k}{i+1} \quad \text{ou} \quad \text{si } i \geq n - 1, u_i^f = \sum_{k=i-n+1}^{i+1} \frac{u_k}{n}$$

Q11. Compléter le tableau du DR3 en utilisant la méthode de la moyenne glissante pour  $n = 3$  avec le tableau `u` donné contenant 5 éléments.

Q12. Créer la fonction `filtere_cg(u,n)` qui prend pour argument `u`, un tableau de mesures à filtrer et `n` l'ordre de la moyenne glissante et renvoie un tableau de mesures filtrées par cette méthode.

La figure 11 présente le résultat du filtrage par la moyenne glissante pour différentes valeurs de  $n$ .

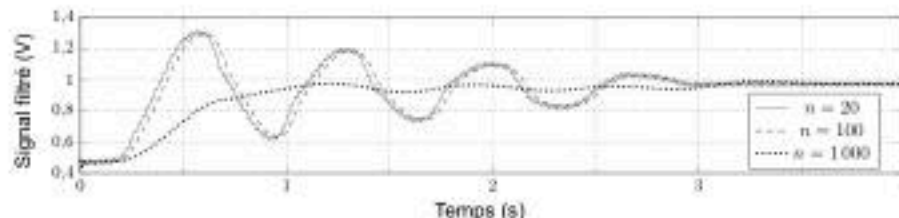


Figure 11 - Signal filtré par la méthode de la moyenne glissante pour différents ordres

Q13. Quelle est l'influence de l'ordre  $n$  sur la qualité du filtrage ?

## II.2.2 - Filtrage par filtre passe-bas

Dans le cas d'un filtre passe-bas d'ordre 1, cette méthode revient à résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\tau \frac{du_f(t)}{dt} + u_f(t) = u(t)$$

où  $f = \frac{1}{2\pi\tau}$  est la fréquence de coupure,  $u(t)$  est le signal à filtrer,  $u_f(t)$  le signal filtré et  $t$  le temps.

**Q14.** Donner l'expression de  $u'_{i+1}$  en fonction de  $u'_i$ ,  $u_i$ ,  $t_{i+1}$ ,  $t_i$  et de  $\tau$  en utilisant la méthode d'Euler explicite. Proposer une valeur pour  $u'_0$ .

**Q15.** Créer la fonction `filtré_pb(u, temps, f)` qui prend pour argument un tableau `u` des mesures à filtrer, un tableau `temps`, de même dimension, représentant le temps et `f` la fréquence de coupure du filtre passe-bas et qui renvoie un tableau des mesures filtrées par cette méthode.

La figure 12 présente le résultat du filtrage passe-bas pour différentes valeurs de  $f$ .

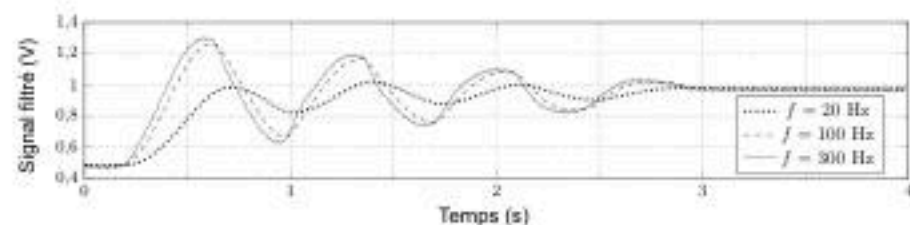


Figure 12 - Signal filtré par un filtre passe-bas pour différentes fréquences de coupure

**Q16.** Quelle est l'influence de la fréquence de coupure  $f$  sur la qualité du filtrage ?

## II.2.3 - Comparaison des méthodes

La figure 13 montre le résultat du filtrage par les deux méthodes vues précédemment.

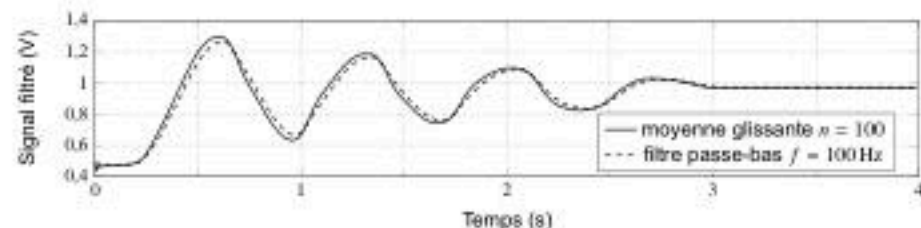


Figure 13 - Signal filtré par les deux méthodes

**Q17.** Comparer la complexité temporelle asymptotique des deux méthodes.